

EJERCICIOS

1. Calcular la proyección ortogonal del vector \mathbf{b}_1 sobre el subespacio vectorial generado por las columnas de la matriz A_1 , siendo $\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Encontrar, por dos métodos distintos, la solución aproximada de mínimos cuadrados del sistema incompatible $A_1 \mathbf{x} = \mathbf{b}_1$.

2. Calcular la proyección ortogonal del vector \mathbf{b}_2 sobre el subespacio vectorial generado por

las columnas de la matriz A_2 , siendo $\mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontrar, por

dos métodos distintos, la solución aproximada de mínimos cuadrados del sistema incompatible $A_2 \mathbf{x} = \mathbf{b}_2$.

3. Encontrar la recta de ecuación $y = ax + b$, que en mínimos cuadrados, se ajusta mejor al siguiente conjunto de datos de dos coordenadas $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$: $C_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

4. Cierta experimento ha producido el siguiente conjunto de datos de dos coordenadas $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$: $C_4 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$. Encontrar la ecuación del tipo $y = a + bx + cx^2$ que, en mínimos cuadrados, se ajusta mejor a dichos datos.

5. Según la primera ley de Kepler, un cometa debe tener una órbita elíptica, parabólica o hiperbólica (ignorando la atracción gravitacional de los planetas). En coordenadas polares la posición $\begin{pmatrix} r \\ \varphi \end{pmatrix}$ de un cometa satisface una ecuación de la forma $r = \beta + e(r \cos(\varphi))$, donde β es constante y e es la excentricidad de la órbita con $0 \leq e < 1$ para la elipse, $e = 1$ para la parábola y $e > 1$ para la hipérbola. Las observaciones de un cometa recientemente descubierto han proporcionado los siguientes datos:

φ	0.88	1.10	1.42	1.77	2.14
r	3.00	2.30	1.65	1.25	1.01

Determinar el tipo de órbita del cometa y su posición para $\varphi = 4.6$ radianes.